



**SAKARYA
UYGULAMALI BİLİMLER
ÜNİVERSİTESİ**

**MESLEK YÜKSEKOKULLARI
MAT101 MATEMATİK DERS NOTLARI**

**Hafta 01
Tam Sayılar ve Temel Kavramlar**

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa DENKTAŞ

2020

Öğrenme Çıktıları



- Sayı Kümelerini ve kümeler arasında işlem yapmayı bilir.
- Tek-çift tamsayıları bilir, pozitif-negatif tamsayılarla işlem yapar.
- Ardışık ve asal sayıları bilir, tam sayıları çözümleyebilir.
- Karışık işlemlerde işlem önceliğini bilir.

SAYILAR

Rakam: Sayıları yazmaya yarayan sembollere **rakam** denir.

Sayı Rakamların çokluk belirten ifadesine **sayı** denir.

Örnek: abc sayısı a, b, c rakamlarından oluşmuştur.

Her rakam bir sayıdır. Fakat her sayı bir rakam olmayabilir

SAYI KÜMELERİ

1. Sayma Sayıları

$S = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **sayma sayısı** denir.

2. Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **doğal sayı** denir.

3. Pozitif Doğal Sayılar

$N^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **pozitif doğal sayı** denir.

Pozitif doğal sayılar kümesi, sayma sayıları kümesine eşittir.

4. Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **tam sayı** denir.

Tam sayılar kümesi; negatif tam sayılar kümesi : Z^- , pozitif tam sayılar kümesi : Z^+ ve sıfırı eleman kabul eden : $\{0\}$ kümenin birleşim kümesidir.

Buna göre, $Z = \{Z^- \cup Z^+ \cup \{0\}\}$ dır.

5. Rasyonel Sayılar

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z \text{ ve } b \neq 0 \right\}$ biçiminde gösterilir.

6. İrrasyonel Sayılar

Virgülden sonraki kısmı tahmin edilemeyen sayılara **irrasyonel sayılar** denir.

İrrasyonel sayılar kümesi Q' ile gösterilir.

Buna göre, Q' kümesinin elemanları $\frac{a}{b}$ biçiminde gösterilemez.

$(a, b \in Z \text{ ve } b \neq 0)$

Hem rasyonel hem de irrasyonel olan bir sayı yoktur.

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{5}$; $-\sqrt[4]{8}$; $e = 2,718\dots$; $\pi = 3,1415926\dots$ sayıları birer irrasyonel sayıdır.

7. Reel (Gerçek) Sayılar

Rasyonel sayılar kümesiyle irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan kümeye reel (gerçek) sayılar kümesi denir.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ biçiminde gösterilir.

8. Karmaşık (Kompleks) Sayılar

$\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } i^2 = -1\}$ kümesinin her bir elemanına **karmaşık sayı** denir.

-
- Tek sayılar ve çift sayılar tam sayılardan oluşur.
 - Hem tek hem de çift olan bir sayı yoktur.
 - Sıfır (0) çift sayıdır.
-

TAM SAYILAR

$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına tam sayı denir.

Tam Sayılar Kümesi; negatif tam sayılar kümesi : $\mathbb{Z}^-$, pozitif tam sayılar kümesi: $\mathbb{Z}^+$ ve sıfır elemanına karşılık gelen $\{0\}$ kümesinin birleşim kümesidir.

Buna göre; $\mathbb{Z} = \{\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}\}$ dir.

Not: Doğal sayılar kümesi : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Tam sayılar için şöyle de düşünülebilir.

Bu durumda doğal sayılar kümesi ile negatif tam sayılar kümesi tam sayılar kümesini oluşturur denilebilir $\mathbb{Z} = \{\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{N}\}$

1.Çift Sayı: $n \in \mathbb{Z}$ olmak koşuluyla $2n$ ifadesi ile belirtilen tam sayılara çift sayı denir.

$\mathbb{C} = \{\dots, -2n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 2n, \dots\}$ kümesinin elemanlarının her biri çift sayıdır.

2.Tek Sayı: $n \in \mathbb{Z}$ olmak koşuluyla $2n+1$ ifadesi ile belirtilen tam sayılara tek sayı denir. [Tek sayı $(2n-1)$] de alınabilir.

$\mathbb{T} = \{\dots, -(2n+1), \dots, -3, -1, 1, 3, \dots, (2n+1), \dots\}$ kümesinin elemanlarının her biri tek sayıdır.

Kurallar: T:tek sayı Ç:Çift sayı olmak üzere

a) $T+T=\mathbb{C}$ $T-T=\mathbb{C}$ $T.T=\mathbb{T}$

b) $\mathbb{C}+\mathbb{C}=\mathbb{C}$ $\mathbb{C}-\mathbb{C}=\mathbb{C}$ $\mathbb{C}.\mathbb{C}=\mathbb{C}$

- c) $T+\mathbb{C}=\mathbb{T}$ $\mathbb{T}-\mathbb{C}=\mathbb{T}$ $\mathbb{T}.\mathbb{C}=\mathbb{C}$
- d) Tam sayılar kümesinde bir çarpımın sonucu çift ise çarpanlardan en az biri çift sayıdır.
- e) Tam sayılar kümesinde bir çarpımın sonucu tek ise çarpanlardan her ikisi tek sayıdır.
- f) Çift sayıların tüm pozitif tam kuvvetleri yine çift bir sayıdır. $\mathbb{C}^n=\mathbb{C}$
- g) Tek sayıların doğal sayı kuvvetleri yine tek sayıdır. $\mathbb{T}^n=\mathbb{T}$
- h) Bölme işlemi için yukarıdaki gibi genelleme yapılamaz.
- i) $\mathbb{T}$ sayılar ve $\mathbb{C}$ sayılar tam sayılardan oluşur. Hem $\mathbb{T}$ hem de $\mathbb{C}$ olan bir sayı yoktur. Sıfır $\{0\}$ Çift sayıdır.

3.İşlemler:

Aynı işaretli iki sayının çarpımı veya bölümü pozitiftir.

Zıt işaretli iki sayının toplamı :Pozitif sayı büyük ise pozitif, negatif sayı büyük ise negatif, sayılar eşit ise sıfırdır.

Zt işaretli iki sayının çarpımı veya bölümü negatiftir.

Pozitif sayının bütün kuvvetleri pozitif ; Negatif sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

4.Ardışık tam Sayılar:

n bir tam sayı olmak üzere;

Ardışık dört tamsayı sırasıyla n, n+1, n+2, n+3 tür.

Ardışık dört çift sayı sırasıyla 2n, 2n+2, 2n+4, 2n+6 dır.

Ardışık dört tek sayı sırasıyla 2n+1, 2 n+3, 2n+5, 2n+7 dir.

Üçün katı olan ardışık dört tam sayı sırasıyla 3n, 3n+3, 3n+6, 3n+9 dur.

Bazı ardışık sayıların toplamı:

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n.(n+1)}{2} \quad \text{Ardışık sayma sayıları toplamı}$$

$$2+4+6+\dots+2n= n(n+1) \quad \text{Ardışık çift tam sayıların toplamı}$$

$$1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2 \quad \text{Ardışık tek tam sayılar toplamı}$$

Artış miktarı eşit olan ardışık tam sayılar toplamı:

a:İlk terim n:Son terim ve artış miktarı: x ise ;

$$a+(a+x)+(a+2x)+.....+n = \frac{n-a+x}{x} \cdot \frac{n+x}{2} = \text{Terim sayısı} \times \text{Ortanca terim (veya ortalama)}$$

5.Asal Sayılar:

Asal sayılar yalnız kendisi ile bölünebilen tüm doğal sayılardır. **Asal sayılar** yalnızca kendisine ve 1'e bölünebilir.

1 ile 100 arasındaki **asal sayılar**: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ve 97'dir.

Not: İşlem Sırası

- 1)Kuvvet (üs) alma 2)Parantez içleri (iç içe parantezler varsa önce en içteki)
3)Çarpma, bölme 4) Toplama, çıkarma

Aynı öncelik sırasına sahip işlemler mevcut ise (toplama , çıkarma gibi) soldan sağa doğru işlem yapılır. Yani ilk öncelik soldakine aittir.

Örnek: $2-3.\{1-3.[2-4.(4-5)]\}=?$

önce en içteki parantez $2-3.\{1-3.[2-4.(-1)]\}$

sonra çarpma ve ikinci parantez $2-3.\{1-3.[2+4]\}$

Sonra köşeli parantez ile çarpma $2-3.\{1-18\}$

en dış parantez $2-3.\{-17\}$

önce çarpma sonra toplama çıkarma $2+51=53$

Soru: $-9-[-2-(-2+3)]:3=?$ a)-2 b)+2 c)8 d)-8 e)3

SORULAR:

1) $(-3)-(-7)-(+11)=?$ İşleminin sonucu kaçtır.

- a)-1 b)-7 c)+1 d)15 e)+7

2) $(-1)^{22}+(-1)^{31}+(1)^{200}+(-1)^{251}+(-1)^0=?$ İşleminin sonucu kaçtır.

- a)0 b)+1 c)-1 d)2 e)5

3) $[(-5)^2 : (-1)^3]-[(-16):(+4)]=?$ İşleminin sonucu kaçtır.

- a)41 b)21 c)-21 d)9 e)-9

4)

-5	11	-21	43	?
----	----	-----	----	---

Yukarıdaki sayılar belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre ? yerine hangi sayı gelmelidir?

- a)61 b) 85 c)-41 d)-61 e)-85

5) Ardışık 5 tek sayının toplamı 395 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?

- a)75 b)81 c)83 d)79 e)77

6) $15+18+21+\dots+3n+\dots+60$ sayı dizisindeki sayıların toplamı kaçtır?

- a)300 b)420 c)9560 d)600 e)450

7) Her biri 4 basamaklı ve birbirinden farklı 4 tam sayının toplamı 33002 olduğuna göre bunlardan en küçüğü en az kaç olabilir? (ÖSS 1990)

- a)1000 b)1004 c)1008 d)3004 e)3008

8) $(5-X)^3$ ifadesi negatif tam sayı olduğuna göre; X için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- a) Pozitif tam sayıdır.
b) Negatif tam sayıdır.
c) Pozitif tek tam sayıdır.
d) 5 ten büyük çift tam sayıdır.
e) 5 ten büyük tek tam sayıdır.

9) İki basamaklı en küçük negatif tam sayı ile iki basamaklı en küçük pozitif tam sayının toplamı kaçtır?

- a) -98 b) -89 c) 0 d) 9 e)11

10) a, b ve c pozitif tamsayılar olmak üzere, $a.b=13$ ve $b.c=37$ ise $a+2.b-c$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

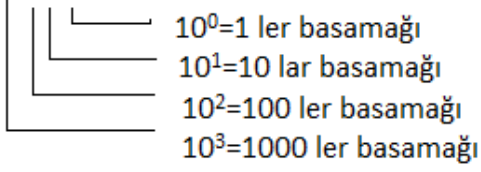
- a)-23 b)-22 c)22 d)3 e)2

TABAN ARİTMETİĞİ: (ÇÖZMLEME)

*Kullandığımız sayılar 10 tabanındadır. Ve 10 tabanındaki sayı için 10 yazmaya gerek yoktur.

$5236 = (5236)_{10}$ demektir.

5236

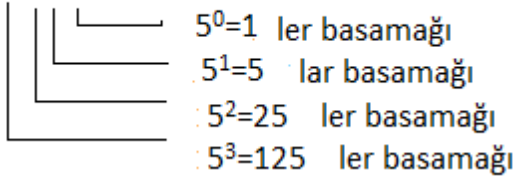


Çözümlemesi>> $5.1000+2.100+3.10+6.1 = 5000+200+30+6=5236$ şeklindedir.

****Herhangi bir tabandaki sayı (parantez içindeki her bir rakam tabandan küçük olmak zorundadır.) ÖRNEK: $(53042)_4$ olamaz.**

$(2431)_5$ 5 tabanında 2431 şeklinde okunur. Bunu 10tabanına dönüştürmek için:

$(2431)_5$



Çözümlemesi>> $2.125+4.25+3.5+1.1=250+100+15+1=366$ dır.

*****Herhangi bir tabandaki sayıyı başka bir tabandaki sayıya dönüştürmek:**

İlk sayı 10 tabanına dönüştürülür önce. Sonra elde edilen sayı hangi tabana çevrilecek ise o rakama bölünür işlem bitinceye kadar. Sondan başa doğru bölüm ve kalanlar yazılır. Çevirme tamamlanmış olur.

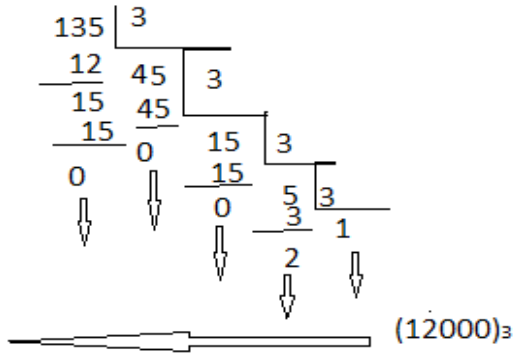
Örnek: $(2013)_4 = (?)_3$

>önce $(2103)_4$ tabanındaki sayıyı 10 tabanına çevirelim.

$$2.4^3 + 0.4^2 + 1.4^1 + 3.4^0 = 2.64 + 0 + 1.4 + 3.1 = 135$$

>şimdi bu sayıyı 3 tabanında yazalım.

135 i bitinceye kadar 3 e bölelim. sondaki bölüm ile tüm kalanlar sondan başa doğru yazılırsa;



Yani $(2013)_4 = (12000)_3$ 4 tabanındaki 2013 >>3 tabanında 12000 e eşittir.

SORULAR:

- 1) 10 tabanındaki 2451 sayısını çözümleyiniz.
- 2) $(3102)_4$ verilen 4 tabanındaki sayıyı 10 tabanına çeviriniz.
- 3) $(1001100)_2 = (?)_3$ 2 tabanında verilmiş olan sayının 3 tabanındaki karşılığı kaçtır.